Exercice 1

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(1,0,-1); B(1,-2,1)$; $C(0,-1,2)$ et $D(3,1,0)$

1/ Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

2/ Donner une valeur approchée de l'angle géométrique $\widehat{BAC}$

3/ Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC)

Exercice n°2

Répondre par vrai ou faux :

1) Soit A, B et C sont trois points du plan.

a) Si A, B et C sont trois points alignés alors $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

b) L'aire du triangle ABC est $\frac{1}{6}\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right\|$

2) Soit R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé direct de l'espace. On a alors :

a) $\vec{i} \wedge \vec{j} = -\vec{k}$ b) $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$

3) Soit A et B deux points distincts de l'espace.

a) L'ensemble des points M de l'espace tel que : $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ est un plan.

b) L'ensemble des points M de l'espace tel que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = 1$ est un plan.

EXERCICE N°3

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(1,-4,0); B(4,-1,3)$; $C(4,-4,-3)$ et $D(-2,2,-3)$

1/a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

2/ Calculer l'aire du triangle ABC

3/ Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC)

4/a) Vérifier que le volume du tétraèdre ABCD est égale à 27

b) Calculer l'aire du triangle BCD

c) En déduire la distance du point A au plan (BCD)

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie par $f(x) = -1 + \sqrt{x^2 + 1}$

1/a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Montrer que f est une fonction paire. Interpréter graphiquement ce résultat

2/ Etudier les variation de f sur $\mathbb{R}_+$

3/a) Montrer que la droite $\Delta : y = x - 1$ est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$

b) Etudier la position relative de ζ_f et Δ

4/ Tracer ζ_f et Δ dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

5/ Soit g la restriction de f sur $\mathbb{R}_+$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $\mathbb{R}_+$

b) Tracer $\zeta_{g^{-1}}$ courbe représentative de la fonction g^{-1} dans le même repère

c) Dresser le tableau de variation de g^{-1}

d) Expliciter $g^{-1}(x)$ ainsi que $(g^{-1})'(x)$